

Урок 17: ГЕОМЕТРИЯ ФИБОНАЧЧИ

Золотое сечение

Любой отрезок может быть разделен таким образом, что соотношение между его меньшей и большей частями будет равно отношению между большей частью и всем отрезком (рис.3-3). Это отношение всегда равно 0.618.



Рисунок 3-3

Золотое сечение повсеместно встречается в природе. Действительно, человеческое тело является воплощением Золотых сечений (см. рис.3-9) во всем от внешних размеров до устройства лица. “Платон, в своих *Timaeus* (*Тимей*, натурфилософия*)”, - говорит Питер Томпкинс (Peter Tompkins), - “заходит так далеко, что рассматривает *фи*, а в результате и Золотое сечение, в качестве наибольшего обобщения всех математических соотношений и считает его ключом к физике космоса”. В шестнадцатом веке, Иоганн Кеплер (Johannes Kepler), делая заметки о Золотом или “Божественном сечении” сказал, что оно, фактически, характеризует все в мироздании и в частности символизирует сотворение мира Богом “по подобию”. Человек делится в поясе на соотношение Фибоначчи. Среднее значение приблизительно равно 0.618. Это соотношение остается справедливым отдельно для мужчин и отдельно женщин, прекрасный знак создания “по подобию”. Все ли в развитии человечества также является созданием “по подобию”?

Золотой прямоугольник

Стороны Золотого прямоугольника находятся в пропорции 1.618 к 1. Чтобы построить Золотой прямоугольник, начните с квадрата со сторонами в 2 единицы и проведите линию от середины одной из его сторон к одному из углов у противоположной стороны, как показано на рис.3-4.

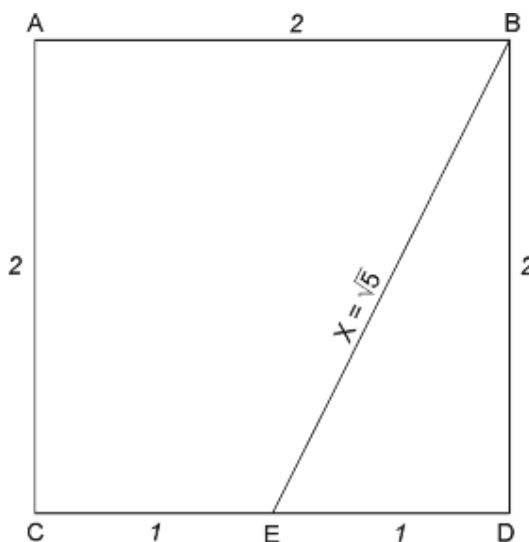


Рисунок 3-4

Треугольник EDB – прямоугольный. Пифагор, около 550 г. до н.э., доказал, что квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов. В этом случае,

следовательно, $X^2 = 2^2 + 1^2$, или $X^2 = 5$. Длина гипотенузы EB тогда равна корню квадратному из 5. Следующий шаг в построении Золотого прямоугольника заключается в продолжении линии CD до точки G так, чтобы EG равнялась корню квадратному из 5, или 2.236 единиц длины, как показано на рис.3-5. После завершения построения, стороны прямоугольника будут соотноситься как Золотая пропорция, поэтому и прямоугольник AFGC, и BFGD являются Золотыми прямоугольниками.

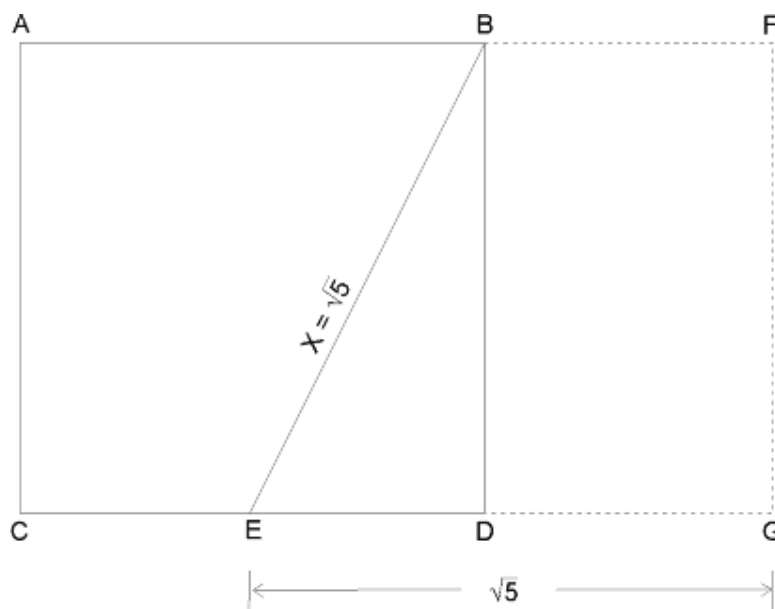


Рисунок 3-5

Так как стороны прямоугольников находятся в соотношении Золотой пропорции, то и сами прямоугольники, по определению, являются Золотыми прямоугольниками.

Произведения в искусстве значительно улучшены с использованием знания Золотого прямоугольника. Притягательность его ценности и употребления были особенно сильны в древнем Египте и Греции и во времена Ренессанса, т.е. во всех важных периодах цивилизации. Леонардо да Винчи (Leonardo da Vinci) придавал огромное значение Золотой пропорции. Он также находил ее приятной в своих соотношениях и говорил: «Если предмет не имеет правильного облика, он не работает». Многие из его картин обладают правильным обликом, потому что он использовал Золотое сечение для того, чтобы усилить их привлекательность.

В то время как пропорция ϕ использовалась сознательно и продумано художниками и архитекторами по своим собственным причинам, она, очевидно, действительно оказывает влияние на обозревателей таких форм. Экспериментаторы определили, что люди находят соотношение 0.618 эстетически приятным. Например, людей просили выбрать один прямоугольник из группы прямоугольников различных типов, и средний выбор в основном был близок к форме Золотого прямоугольника. Когда просили пересечь одну полосу другой так, как им больше нравится, люди в основном применяли одну полосу для деления другой в соотношении ϕ . Окна, рамы картин, здания, книги и кладбищенские кресты часто приблизительно соответствуют Золотому прямоугольнику.

Так же, как и Золотое сечение, ценность Золотого прямоугольника едва ли ограничивается красотой, но также служит деятельности. Среди многочисленных примеров, наиболее ярким

является тот, что двойная спираль ДНК сама создает Золотое сечение в стандартных интервалах ее изгибов (см. рис.3-9).

В то время как Золотое сечение и Золотой прямоугольник представляют статические формы естественной и сотворенной человеком красоты и деятельности, представление эстетически привлекательного динамизма, организованного движения роста и развития может быть выполнено только самой прекрасной формой во Вселенной – Золотой спиралью.

Золотая спираль

Золотой прямоугольник можно использовать для построения Золотой спирали. Любой Золотой прямоугольник, как на рис.3-5, можно разделить на квадрат и меньший Золотой прямоугольник, как показано на рис.3-6. Этот процесс теоретически можно продолжать до бесконечности. Эти получающиеся прямоугольники, которые мы нарисовали и которые, как оказалось, скручиваются внутрь, промаркированы А, В, С, D, E, F и G.

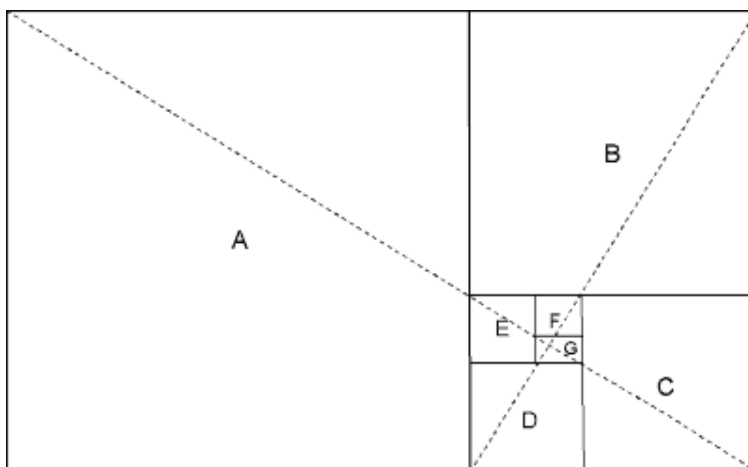


Рисунок 3-6

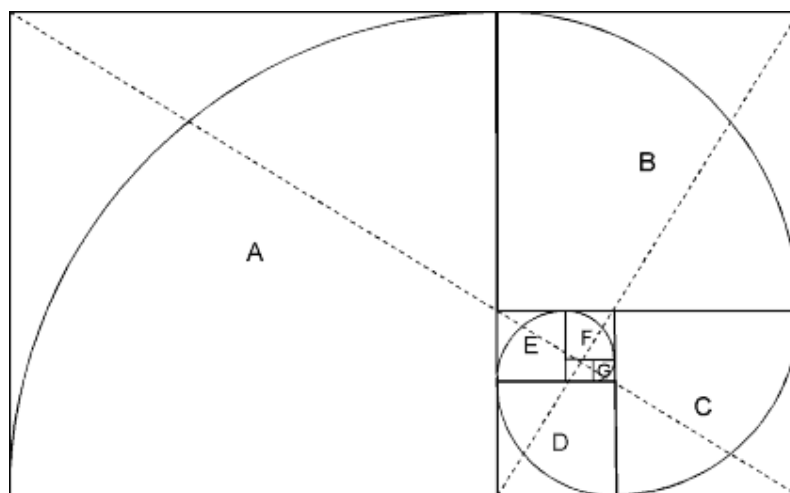
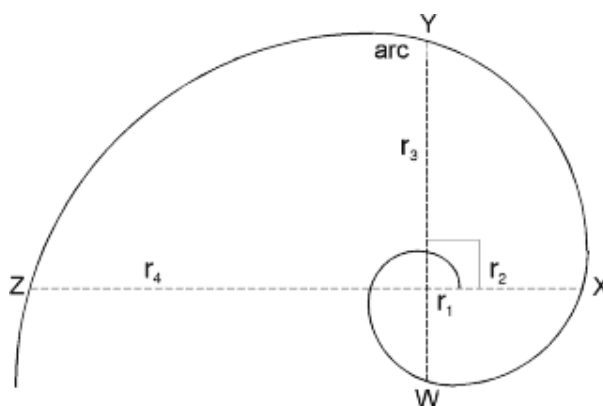


Рисунок 3-7

Пунктирные линии, которые сами находятся в золотом соотношении одна к другой, пересекают прямоугольники по диагонали и точно обозначают теоретический центр скручивающихся квадратов. Приблизительно из центральной точки мы можем начертить спираль, как показано на рис.3-7, соединяя точки пересечения каждого скручивающегося квадрата в порядке возрастания размера. Так как квадраты скручиваются внутрь и наружу, их точки соединения выписывают Золотую спираль. Для построения Золотой спирали может применяться такой же процесс, но с использованием скручивающихся треугольников.

В любой точке развития Золотой спирали, отношение длины дуги к ее диаметру равно 1.618. Диаметр и радиус в свою очередь соотносятся с диаметром и радиусом, отстоящих на угол в 90°, с коэффициентом 1.618, как показано на рис.3-8.



$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_3}{r_2} = \frac{r_4}{r_3} = \dots = \frac{r_n}{r_{n-1}} = 1.618$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_3}{d_2} = \dots = \frac{d_n}{d_{n-1}} = 1.618$$

(where $d_1 = r_1 + r_3$, $d_2 = r_2 + r_4$, etc.)

$$\frac{\text{arcXY}}{\text{arcWX}} = \frac{\text{arcYZ}}{\text{arcXY}}, \text{ etc.} = \frac{\text{arcXZ}}{\text{arcWY}} = 1.618$$

$$\frac{\text{arcWY}}{\text{diam. (WY)}} = \frac{\text{arcXZ}}{\text{diam. (XZ)}}, \text{ etc.} = 1.618$$

Рисунок 3-8

Золотая спираль, которая является разновидностью логарифмической или изогональной спирали, не имеет границ и является постоянной по форме. Из любой точки спирали можно двигаться бесконечно или в направлении внутрь, или наружу. Центральная часть логарифмической спирали, рассмотренная через микроскоп, имела бы тот же облик, что и самая широкая видимая ее часть на удалении многих световых лет. Как указывал Давид Бергамини (David Bergamini) в *Математике*, хвост кометы раскручивается от солнца в форме логарифмической спирали. Паук *Epeira* прядет свою паутину в виде логарифмической спирали. Бактерии размножаются в логарифмической прогрессии, которую можно начертить в виде логарифмической спирали. Метеориты, врезааясь в поверхность Земли, формируют впадины, которые соотносятся с логарифмической спиралью. Сосновые шишки, морские коньки, раковины улиток, раковины моллюсков, волны океана, папоротники, рога животных и расположение семян подсолнуха и маргаритки – все они образуют логарифмические спирали.

Облака циклона и галактики открытого космоса скручиваются в логарифмические спирали. Даже человеческий палец, который составлен из трех фаланг, находящихся по отношению друг к другу в Золотой пропорции, принимает спиральную форму умирающего листа, когда сжимается. На рис.3-9 мы видим отражение этого космического влияния в многочисленных формах. Вечность времени и световые годы космоса разделяют сосновую шишку и спиральную галактику, но строение остается тем же самым: коэффициент 1.618, возможно, первостепенный закон, управляющий активными природными явлениями. Таким образом, Золотая спираль разворачивается перед нами в символической форме, как один из величественных замыслов природы, образ жизни в бесконечном расширении и сжатии, статический закон, управляющий динамическим процессом, подкрепленный и изнутри, и снаружи пропорцией 1.618, Золотым сечением.

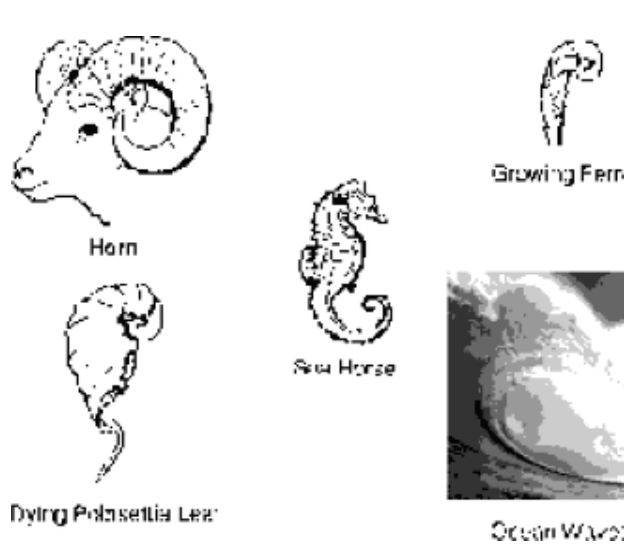


Рисунок 3-9a

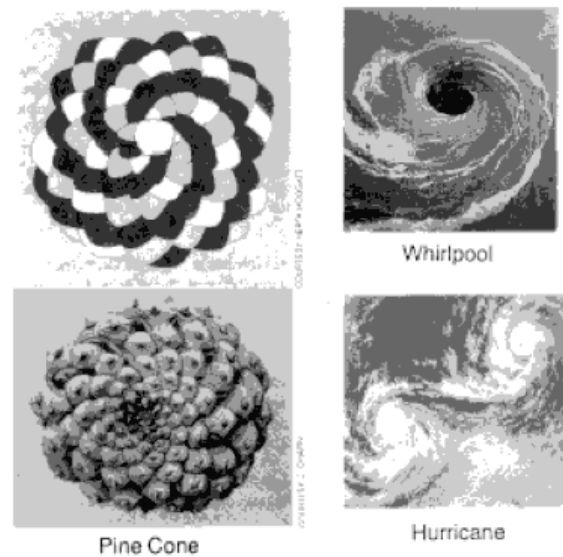


Рисунок 3-9b

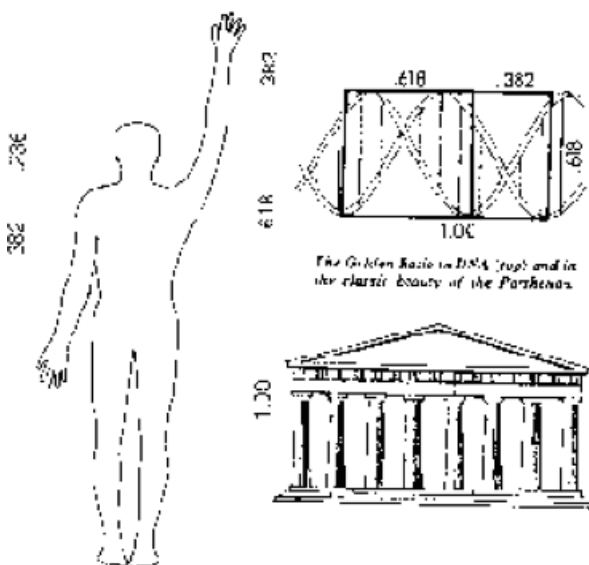


Рисунок 3-9c

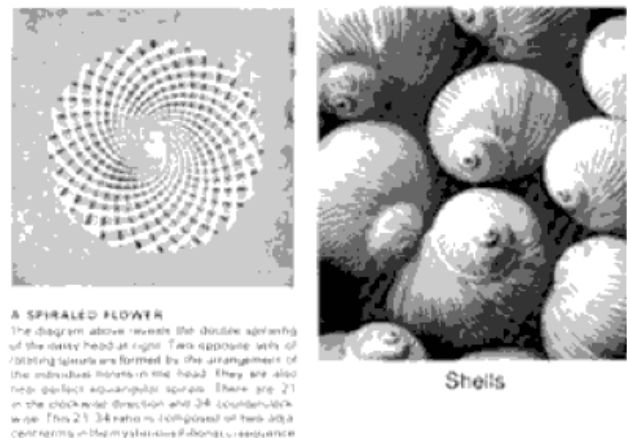


Рисунок 3-9d

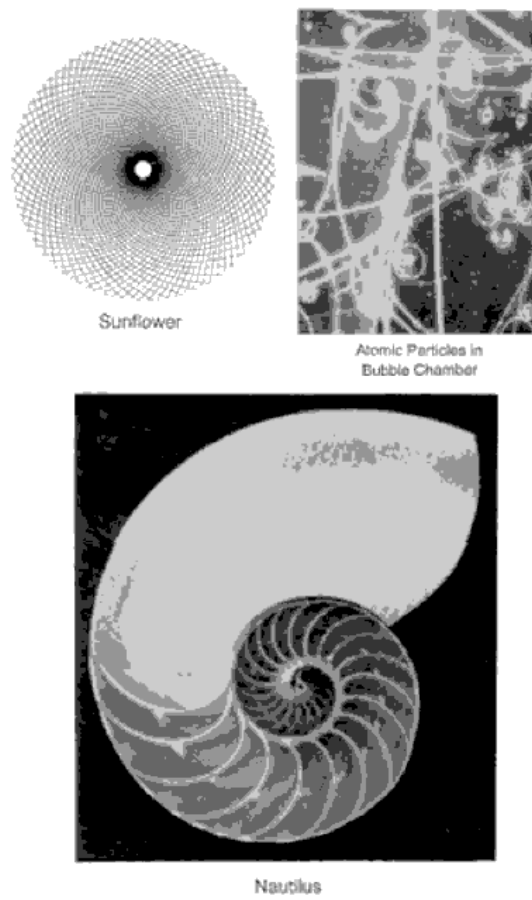


Рисунок 3-9e

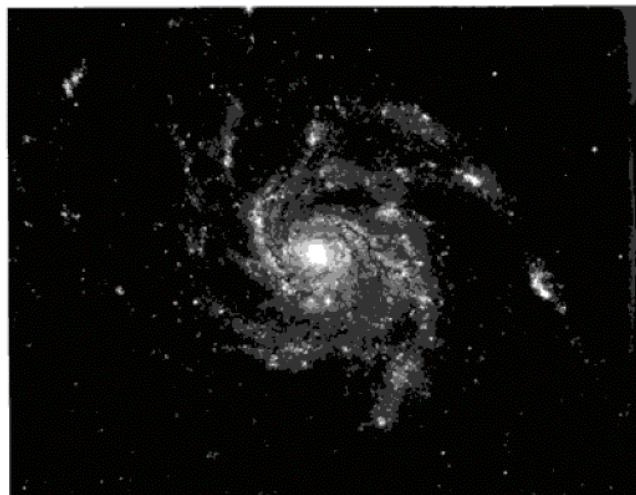


Рисунок 3-9f

Следующий урок: Значение Фи